

CNAM 2002-2003

Mathématiques actuarielles fondamentales (assurance non vie)

Examen UV B5 26754 - 16 juin 2003 - 19h – 21h

(Tous documents autorisés)

L'énoncé porte sur la création d'un assureur non vie. Les exercices sont indépendants.

Le premier exercice vérifie la cohérence des hypothèses retenues par cet assureur lors de sa création.

Le deuxième examine les résultats de son activité au bout de 5 ans.

Le troisième explore les possibilités d'ajout d'une franchise et/ou d'une cession en réassurance en excédent de sinistre.

Exercice 1

Un assureur dommages se crée dans les conditions suivantes :

- il se propose de couvrir des risques caractérisés a priori par :
 - o une fréquence annuelle de survenance des sinistres poissonnienne, de paramètre $\lambda = 2\%$;
 - o une distribution des montants de sinistres Y dont la densité de probabilité $f(y)$ est modélisée par $f(y) = 5 \times 10^{-5} \cdot \exp(-5 \times 10^{-5} y)$ pour $y > 0$.
- les hypothèses de commercialisation retenues sont :
 - o une prime commerciale P'' de 600 €, comportant des frais d'acquisition à hauteur de 20% ;
 - o un niveau de souscription de 10 000 contrats par an.
- les frais de gestion, hors frais d'acquisition, seraient de 50 euros par contrat.
- il dispose de fonds propres pour un montant $K = 1\,500\,000$ euros.

Question 1 :

1.a : Quelle est la prime pure pour la couverture d'un risque durant un an ?

1.b : Quelle est la variance de la charge annuelle pour un contrat ?

Question 2 :

2.a : Calculer la partie de la prime commerciale correspondant au chargement de sécurité η ?

2.b : Quelles sont les contraintes sur le niveau de souscription pour obtenir un coefficient de sécurité β supérieur ou égal à 4 ?

Sont-elles respectées par le niveau de souscription anticipé ?

Exercice 2

Le tableau ci-dessous reprend les principaux résultats de l'activité au terme de la cinquième année (tous les montants sont en euros constants : on néglige l'inflation) :

Année	Contrats	Nombre de sinistres	Paiements cumulés	Provisions	Coût
1	9 820	204	4 334 400	0	4 334 400
2	10 817	196	3 869 317	288 983	4 158 300
3	11 648	241	4 366 292	703 108	5 069 400
4	11 545	211	3 345 032	1 016 368	4 361 400
5	12 631	276	2 381 671	3 384 829	5 766 500
Total		1 128	18 296 712	5 393 288	23 690 000

Les provisions dans ce tableau sont celles évaluées dossier par dossier, par le service de gestion des sinistres.

Évaluées à partir du triangle des paiements annuels ci-dessous, et en utilisant la méthode des cadences (chain-ladder), quelles seraient les provisions à constituer pour les années 2 à 5 (on suppose qu'il n'y plus de paiements après la quatrième année) ?

année	Règlement après j années				
	0	1	2	3	4
1	1 889 022	1 417 237	524 162	165 201	338 778
2	1 976 889	1 478 315	38 714	375 399	
3	2 302 334	1 500 572	563 386		
4	2 065 492	1 279 540			
5	2 381 671				

Le niveau des provisions évalué par les gestionnaires de sinistres vous semble-t-il suffisant ?

Sur l'ensemble des 5 ans, en supposant que les hypothèses faites à l'origine en matière de frais d'acquisition et de gestion se sont révélées exactes, quel a été le résultat cumulé de l'assureur ?

Exercice 3

La statistique ci-dessous classe les sinistres des cinq premières années par tranches de coût.

Tranche	Nombre de sinistres	Coût total de la tranche
De 0 à 2 000	107	112 799
2 000 à 5 000	143	526 048
5 000 à 10 000	194	1 535 820
10 000 à 20 000	269	4 195 740
20 000 à 30 000	163	4 289 675
30 000 à 40 000	99	3 660 113
40 000 à 50 000	60	2 861 858
50 000 à 60 000	37	2 125 129
60 000 à 70 000	22	1 525 093
70 000 à 80 000	13	1 068 240
plus de 80 000	21	1 789 486
Total	1 128	23 690 000

A quelle diminution de la prime pure correspondrait l'instauration d'une franchise fixe toujours déduite de 5 000 euros ?

Même question pour une cession en excédent de sinistre au delà d'une priorité de 50 000 ?

Selon vous quel(s) facteur(s) incitent l'assureur à examiner l'instauration d'une franchise et d'une cession en réassurance ?