

CNAM 2002-2003

Mathématiques actuarielles fondamentales (assurance non vie)

Examen UV B5 26754 - 15 septembre 2003 - 19h – 21h

(Tous documents autorisés)

Exercice 1

Soit une population segmentée selon deux critères : le sexe de l'assuré et le groupe de véhicules (avec deux groupes possibles). La répartition des assurés est la suivante :

	Femmes	Hommes
Groupe 1	40 000	20 000
Groupe2	10 000	30 000

L'espérance de la charge annuelle de sinistres par assuré (prime pure annuelle) dépend des deux critères précédents : elle est donnée par le tableau suivant.

	Femmes	Hommes	Ensemble
Groupe 1	250	100	
Groupe2	425	525	
Ensemble			

1. Compléter le tableau des primes pures

Deux assureurs A et B tarifient à la prime pure. On suppose que les assurés choisissent tous le tarif le moins cher.

2. A n'utilise pas de critère de tarification tandis que B n'utilise que le critère homme / femme.
 - a. Quels sont les tarifs proposés par A et B ?
 - b. Qui s'assure chez qui ?
 - c. Quel est le chiffre d'affaires de A et de B ?
 - d. Quelle est l'espérance de gain de A et de B ?
3. A décide d'introduire le critère du groupe du véhicule
 - a. b. c. d. : mêmes questions
4. B réplique en introduisant également le critère du groupe du véhicule
 - a. b. c. d. : mêmes questions
5. B fait une erreur de tarification en proposant la grille tarifaire suivante

	Femmes	Hommes
Groupe 1	265	82
Groupe2	365	537

- a. b. c. d. : mêmes questions

Exercice 2

Une entreprise gère un risque en allouant à cette activité un montant K_1 de fonds propres.

L'espérance des résultats annuels globaux de cette catégorie d'assurance est $\rho_1 U_1$, en notant U_1 l'espérance annuelle de la charge des sinistres, et leur variance est T_1^2 .

- 1) Donner l'expression du coefficient de sécurité β_1 lorsque $K_1 = 20\% \cdot U_1$. Application numérique pour $U_1 = 1000$, $\rho_1 = 15\%$ et $T_1 = 100$?
- 2) L'entreprise absorbe une compagnie qui exerçait le même type d'activité, avec un montant de primes pures $U_2 = 750$, une allocation de fonds propres de $K_2 = 20\%$, un taux moyen de chargements de sécurité $\rho_2 = 10\%$ et $T = 87$. Quel était le coefficient de sécurité β_2 pour cette société ?

Les résultats vont s'ajouter après fusion et on considère que l'on peut allouer à la garantie des opérations globales $K_1 + K_2$. Quel est le coefficient de sécurité correspondant ?

- 3) Considérant qu'un coefficient de sécurité $\beta = 4$ est suffisant, quel montant de fonds propres peut être libéré grâce à la fusion ?

Exercice 3

Un assureur disposant de fonds propres $K = 10$ M€ (millions d'euros) a deux branches d'activité principales.

La première lui apporte un bénéfice d'exploitation annuel de 4 M€, l'écart type du résultat étant de 2,5 M€.

La seconde branche pratiquée concerne 10 000 contrats identiques de prime annuelle commerciale 1 500, les charges de gestion et de commercialisation étant de 28% des primes, avec les caractéristiques de risques suivantes :

- pour chaque contrat, la survenance des sinistres est régie par un processus de Poisson de fréquence annuelle $\lambda = 0,1$.
- le montant Y de chaque sinistre est tel que :
 - o $E(Y) = 10\,000$
 - o $E(Y^2) = 10^{10}$

Cette seconde branche fait l'objet d'une réassurance en quote-part, la proportion cédée étant notée $(1-\gamma)$, avec une commission de réassurance de 26%.

1. Déterminer pour la seconde branche l'espérance mathématique du résultat annuel brut de réassurance, puis net de réassurance.
2. Quelle doit être la valeur de γ pour que l'espérance du résultat global soit maximale et que le coefficient β soit supérieur ou égal à 4 ?