

CNAM 2003-2004

Mathématiques actuarielles fondamentales (assurance non vie)

Première série d'exercices

1^{er} exercice

Une société se crée en vendant des contrats couvrant des risques identiques. La prime annuelle est uniformément de $P = 2\,500$; elle donne lieu au versement à la souscription d'une commission de 12% et le coût de gestion administrative est estimé à 50 pour chaque risque, dont 15 représentant un coût immédiat de quittance et 35 étant une dépense régulièrement étalée sur l'année de garantie.

1° une option de paiement semestriel est offerte sous la forme de 2 paiements égaux à P'' . Déterminer leur valeur sachant que ce paiement entraînera une dépense supplémentaire de 15 au début du 2nd semestre, mais que le taux de la commission reste le même, en supposant que la valeur actuelle en début d'année au taux de 3% des paiements nets de commission et de frais de quittance est la même que pour un paiement annuel.

2° On suppose maintenant que les paiements sont annuels.
La première année, 10 000 contrats sont souscrits, en suivant le calendrier ci-contre.

Quel est le montant des primes acquises à l'exercice de souscription, nettes de commissions et de charges de gestion ?

Date	Nombre
15 mars	600
15 juin	2 000
15 septembre	2 400
15 décembre	5 000
Total	10 000

3° Quels sont, pour cette première année d'activité, les montants de dépenses :

- de commissions ;
- de gestion administrative des contrats ?

2^{ème} exercice

On envisage des contrats d'un an comportant des primes annuelles versées à la souscription. On suppose que les frais de gestion liés au règlement des sinistres sont échelonnés régulièrement tout au long de l'année d'assurance et qu'ils constituent une proportion φ de la prime émise. Le taux de sinistres à primes est noté T . Enfin, on suppose que la proportion des sinistres de l'année, survenus au cours du k ème mois, est p_k , avec :

$$\sum_{k=1}^{12} p_k = 1$$

- 1) Montrer que, pour une prime émise au cours du j ème mois, la fraction de cette prime destinée à couvrir les risques portant sur l'année suivante :

$$\varphi \times (j - 0,5) / 12 + T \times \left(\sum_{k=1}^{j-1} p_k + p_j / 2 \right)$$

On suppose que les émissions de l'année sont également réparties sur les douze mois et qu'elles interviennent en milieu de mois.

Vérifier que le rapport de la provision calculée avec la méthode du 1) au total annuel des primes est :

$$\varphi / 2 + T \times \left(12,5 - \sum_{k=1}^{12} k p_k \right) / 12$$

- 3) Application numérique : $\varphi = 0,12$ et $T = 0,72$

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
p_k	0,05	0,05	0,06	0,07	0,07	0,10	0,11	0,11	0,10	0,10	0,10	0,08

- 4) La norme comptable actuellement en vigueur oblige l'assureur à passer en charge du compte de résultat une provision pour primes non acquises calculée au prorata temporis des primes couru au-delà du 31 décembre, le calcul étant fait en net des frais d'acquisition (car ils sont considérés comme immédiatement exposés).

Calculer le montant qui résulte de l'application de la norme comptable si l'assureur estime ses frais d'acquisition à 14% des primes. Commenter les résultats.