

CNAM 2003-2004

Mathématiques actuarielles fondamentales (assurance non vie)

Huitième série d'exercices

1. Application d'une franchise

Dans une assurance de dommages, ou le nombre annuel de sinistres est régi par un processus de Poisson de paramètre λ et ou la fonction de répartition des montants est $F(y) = P[Y < y]$, l'assureur propose d'appliquer une franchise toujours déduite de seuil f .

- 1) Montrer que le nombre de sinistres dépassant la franchise est une variable de Poisson dont on précisera le paramètre
- 2) A partir de la statistique ci dessous, déterminer le pourcentage de réduction à appliquer à la prime pure de l'assurance sans franchise, pour une franchise toujours déduite de seuil $f = 800$.

Tranche de coût	Nombres	Montants (en milliers)
0 à 200	485	37
200 à 400	300	89
400 à 800	586	348
800 à 1 200	568	555
1 200 à 1 600	428	590
1 600 à 2000	341	604
2000 à 3000	731	1 711
3000 à 6000	552	2 238
6000 à 10 000	183	1 357
10 000 à 20 000	101	1 284
+ de 20 000	10	341
Total	4 285	9 154

- 3) Pour évaluer la variance d'un sinistre Y , on suppose que dans une tranche de coût telle que $m < Y < M$, il y a un nombre α de sinistres égaux à m et un nombre β de sinistres égaux à M .

En désignant par n le nombre de sinistres de la tranche, par $S1$ la somme de leurs montants, quelles relations lient n et $S1$ avec m , M , α et β ?

Quelle est alors l'expression de la somme des carrés des montants de sinistres de la tranche ? Exprimer $S2$ en fonction de $S1$, m , M et n .

Utiliser la formule précédente pour évaluer $E(Y^2)$ lorsque $f = 800$ (on supposera que le plafond pour la dernière tranche de coût est 60 000).

Application d'un plafond ou d'une cession en réassurance

Une distribution des montants de sinistres Y est telle que :
 $P(Y > y) = k.(y+c)^{-a}$ (k et $a > 0$) pour $Y > y_0$.

- 1) On considère les sinistres de montants $> M$. Quelle est leur fonction de répartition ?
Déterminer $E(Y | Y > M)$ en fonction de M , a et c .
- 2) A partir de la statistique ci-après, en considérant les 4 premières tranches de sinistres et les valeurs de $E(Y | Y > M)$, estimer a et c .

Tranche de coût	Nombres	Montants (en milliers)
100 à 200	109	13 842
200 à 500	59	20 540
500 à 1000	20	15 023
1000 à 2000	7	11 163
> 2000	5	30 000
Total	200	90 568

- 3) Si la moyenne des sinistres de la dernière tranche était de 8000 au lieu de 6000, quels seraient les paramètres de a et c ?